

Ю.Г. Кравченко, канд. техн. наук, Дніпропетровськ, Україна

## ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ ЗАГОТОВКИ ВІД ШРД ТЕПЛОТИ ДЕФОРМАЦІЇ В ПЛОЩИНІ ЗСУВУ

*Отримані формули температури в площині зсуву та на поверхні різання заготовки на основі інтегрування виразу температурного поля похилого смугового швидко рухомого джерела (ШРД) теплоти деформації з відбитими джерелами.*

*Получены формулы температуры в плоскости сдвига и на поверхности резания заготовки на основе интегрирования выражения температурного поля пологого полосового быстро движущегося источника (ШРД) теплоты деформации с отраженными источниками.*

*The formulas of temperature in the plane of displacement and on the cutting surface of the blank were received on the basis of integrating equation the temperature area of the inclined band quick – motive source (QMS) of heat deformation with reflected sources.*

### Вступ

Алгоритм розрахунку температури різання включає попереднє визначення густини теплових перетоків через передню  $A_{\gamma}$  та задню  $A_{\alpha}$  поверхні леза. Температура на  $A_{\alpha}$  пов'язана з залишковою температурою на поверхні різання  $R$  заготовки, яка залежить від температури в площині різання  $P_n$  і відповідно від первинної температури в площині зсуву  $P_{\phi}$ .

Вагомими по цій проблемі слід зазначити роботи А. Н. Резнікова /1, 2/ та С. С. Сіліна /3, 4/. Перший отримав рівномірний розподіл температури в  $P_{\phi}$  (по товщині стержня – стружки з похилим ШРД) /1/, а температура на  $R$  проти площадки зносу по  $A_{\alpha}$  приймалася за значення температури деформації в тій же  $P_{\phi}$  /2/. Другий отримав рішення температурного поля в площині  $P_{\phi}$  та на поверхні  $R$  від похилого смугового (ПС) ШРД теплоти деформації. При цьому по формулі (без виводу) /3/ виходить, що температура деформації має максимум на початку  $P_{\phi}$  біля різальної кромки. Обидва напрямки містять часткові відступлення від реальних фізичних моделей і побудовані на початкових /1, 3/ складних і громіздких рішеннях.

Мета роботи полягає в подальшому уточненні і спрощенні розрахунків температури в площині зсуву та на поверхні різання заготовки на математично-строгій теплофізичній основі.

### Постановка задачі

Задача зводиться до визначення температурного поля в потоці металу  $C_{\gamma}$ , що зрізується, і на поверхні  $R$  заготовки від проходження по площині  $P_n$  ПС ШРД теплоти деформації згідно схеми на рис. 1.



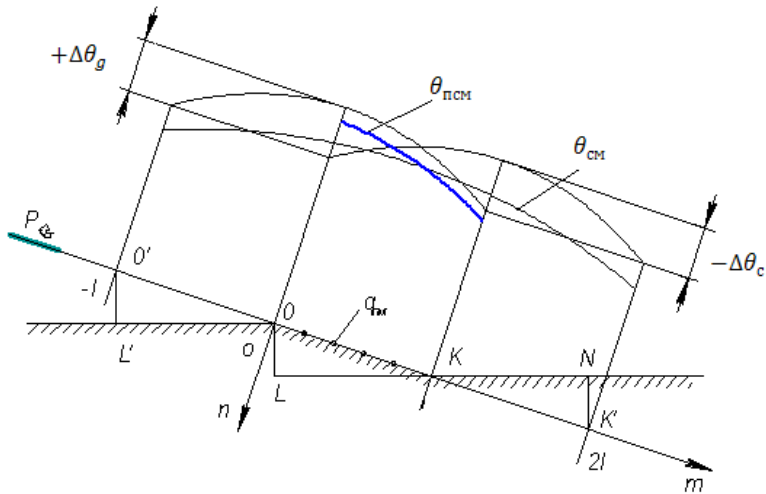


Рисунок 2 – Розподіл температур від рівномірного смугового миттєвого джерела  $\theta_{см}$ , додаткових відбитих джерел  $\Delta\theta_g$  на ділянці  $O'K$  і стіку  $\Delta\theta_c$  на ділянці  $OK'$  та підсумкової  $\theta_{псм}$  на довжині  $l$  площини зсуву  $P_\phi$

*Вивід формули температурного поля ПС ШРД теплоти деформації*

Рішення виконується шляхом інтегральних переходів від ЛМД до ПС ШРД.

1. Перехід до смугового миттєвого джерела (СМД).

В нерухомій системі координат  $m - n$  (рис. 2) температурне поле (2) від СМД з енергією імпульсу  $Q_{см}$  (Дж/м<sup>2</sup>) визначається при  $\exp[-(m - m_1)^2 / 4\omega\tau] = f(m)$  інтегруванням (1)

$$\theta_{см} = \int_l \theta_{пм} \cdot dm_1 = \frac{Q_{см}}{2\pi\lambda\tau} \cdot \exp\left[-\frac{(n - n_1)^2}{4\omega\tau}\right] \cdot \left[ \int_{-l}^{2l} f(m) dm_1 + K_\phi \left( \int_{-l}^l f(m) dm_1 - \int_0^{2l} f(m) dm_1 \right) \right]$$

з застосуванням підстановки

$$\frac{m - m_1}{\sqrt{4\omega\tau}} = i$$

$$\left( dm_1 = -\sqrt{4\omega\tau} \cdot di, \quad i_1 = \frac{m - l_{min}}{\sqrt{4\omega\tau}}, \quad i_2 = \frac{m - l_{max}}{\sqrt{4\omega\tau}}, \quad l = \frac{a}{\sin\phi} \right),$$

заміною інтеграла показникової функції на функцію інтеграла імовірності

$$\int_0^x e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(x) \text{ або з } \operatorname{erf}(x) = \Phi(x \cdot \sqrt{2}) \quad /7, \text{ с. 81}/$$

і вводом безрозмірного параметра  $\psi = m/l$  та критерію Фур'є  $F_0 = \omega\tau/l^2$ . По причині приведення подальших розрахунків до базової довжини  $LK = l_K = a/tg\phi$  (проекції  $l$  на вектор швидкості різання  $V$  рис. 1) прийнято  $\psi = z/l_K$ , а за значення  $\tau$  з відповідним  $F_0$  – час проходження  $l_K$  через різальну кромку

$$\tau = \frac{a}{V \cdot tg\phi}, \quad F_0 = \frac{\omega \cdot tg\phi}{a \cdot V}. \quad (3)$$

В результаті маємо:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{\text{сн}} &= \frac{Q_{\text{сн}} \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi \tau}} \cdot \exp \left[ -\frac{(n - n_1)^2}{4\omega\tau} \right] \cdot B, \\ B &= \frac{1}{2} \left[ \left( \operatorname{erf} \frac{\psi + 1}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 2}{2\sqrt{F_0}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + K_\phi \left( \left( \operatorname{erf} \frac{\psi + 1}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 1}{2\sqrt{F_0}} \right) - \left( \operatorname{erf} \frac{\psi}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 2}{2\sqrt{F_0}} \right) \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

## 2. Перехід до лінійного (Л) ШРД.

Із рівняння балансу теплоти при проходженні Л ШРД потужністю  $q_{\text{лш}}$  (Вт/м) через елементарну смужку  $dz$  на площині уз напівобмеженого тіла (або швидкорухомої смужки через лінійне безперервне джерело) за час  $d\tau$  виходить, що  $Q_{\text{сн}} = q_{\text{лш}} \cdot d\tau/dz$ . Тоді при швидкості  $V = dz/d\tau$ ,  $Q_{\text{сн}} = q_{\text{лш}}/V$  і  $\tau = (z - z_1)/V$  отримуємо температурне поле від Л ШРД (напрямки  $z$  і  $V$  збігаються) /2, 8/

$$\theta_{\text{лш}(z)} = \frac{q_{\text{лш}} \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi \cdot V(z - z_1)}}$$

або на похилій площині з подвійними координатами  $x_1$  і  $z_1$

$$\theta_{\text{лш}(x, z)} = \theta_{\text{лш}(z)} \cdot \exp \left[ -\frac{V(x - x_1)^2}{4\omega(z - z_1)} \right]. \quad (5)$$

## 3. Перехід до ПС ШРД.

Процес розповсюдження теплоти в заготовці від ПС ШРД моделюється накладанням тепловиділення безлічі Л ШРД на безмежно малій ширині  $dl$  площадки ОК. При дії джерела густиною  $q_n = b^* \cdot q_s$  ( $q_s$ , Вт/м<sup>2</sup> – густина тепловиділення в площині  $P_\phi$ ,  $b^*$  – коефіцієнт розподілу теплоти деформації між стружкою і заготовкою) на довжині  $l$  інтегрування (5) з функцією  $B$  (4) пристосовно до схеми рис. 1 в напрямку абсциси  $x$  по змінній  $x_1$  з  $dl = dx_1 / \sin \phi$  призводить до температурного поля ПС ШРД

$$\theta_{\text{псш}} = \int_l \theta_{\text{пш}} \cdot dl = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \sin \phi} \int_0^x \exp \left[ -\frac{V(x-x_1)^2}{4\omega(z-z_1)} \right] \frac{dx_1}{\sqrt{z-z_1}}. \quad (6)$$

Вбачаємо, що тут функція  $B$  адекватно умовам (4) урахує розподіл теплових потоків від рівномірного безперервного джерела теплоти деформації.

На підставі зв'язку між змінними  $x_1 = z_1 \cdot tg \phi$  інтеграл (6) виразимо через одну змінну  $z_1$  з заміною  $z - z_1 = p$  ( $dz_1 = -dp$ , в межах  $0 < z < l_K$  ділянки  $LK$   $p_1 = z$  і  $p_2 = 0$ ) і після перетворення отримуємо

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \cos \phi} \cdot \int_{p_2}^{p_1} \exp \left[ -\frac{V \cdot tg^2 \phi}{4\omega} \left( \frac{(x - ztg\phi)^2}{tg^2 \phi \cdot p} + \frac{2(x - z \cdot tg\phi)}{tg\phi} + p \right) \right] \cdot \frac{dp}{\sqrt{p}} \quad (7)$$

Позначив  $\frac{V \cdot tg^2 \phi}{4\omega} = f$  і  $\frac{x - z \cdot tg\phi}{tg\phi} = g$ , вираз (7) запишемо в скороченому виді

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \cos \phi} \cdot \exp(-2fg) \int_0^{p_1} \exp \left[ -f \left( \frac{g^2}{p} + p \right) \right] \frac{dp}{\sqrt{p}}. \quad (8)$$

Значення  $dp/\sqrt{p}$  визначаємо способом зміни структури показника степені підінтегральної функції (8) на рівнозначну

$$0,5 \exp \left[ 2fg - \left( \frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} + \sqrt{fp} \right)^2 \right] + 0,5 \exp \left[ -2fg - \left( \frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} - \sqrt{fp} \right)^2 \right],$$

застосування підстановок  $\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} + \sqrt{fp} = s_1$  і  $\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} - \sqrt{fp} = s_2$ ,

вираховання коренів із квадратних рівнянь підстановок

$$\sqrt{p_1} = \frac{1}{2\sqrt{f}} \left( s_1 \pm \sqrt{s_1^2 - 4fg} \right), \quad \sqrt{p_2} = \frac{1}{2\sqrt{f}} \left( -s_2 \pm \sqrt{2 + 4fg} \right)$$

і знаходження їх диференціалів

$$\frac{dp_1}{\sqrt{p_1}} = \frac{1}{\sqrt{f}} \left( 1 \pm \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 - 4fg}} \right) ds_1 \text{ та } \frac{dp_2}{\sqrt{p_2}} = \frac{1}{\sqrt{f}} \left( -1 \pm \frac{s_2}{\sqrt{s_2^2 + 4fg}} \right) ds_2. \quad (9)$$

Тоді при (9) замість інтеграла (8) маємо суму чотирьох інтегралів

$$I = \frac{1}{2\sqrt{f}} [\exp(2fg)(I_{11} \pm I_{12}) + \exp(-2fg)(-I_{21} \pm I_{22})] \quad \text{з}$$

$$I_{11} = \int_{s_{12}}^{\infty} \exp(-s_1^2) ds_1, \quad I'_{12} = \int_{s_{22}}^{s_{12}} \exp(-s_1^2) \cdot \frac{s_1 \cdot ds_1}{\sqrt{s_1^2 - 4fg}},$$

$$I_{21} = \int_{\infty}^{s_{22}} \exp(-s_2^2) ds_2, \quad I'_{22} = \int_{\infty}^{s_{22}} \exp(-s_2^2) \cdot \frac{s_2 \cdot ds_2}{\sqrt{s_2^2 + 4fg}},$$

$$\text{і новими межами } s_{12} = \sqrt{\frac{f}{g}}(g+z) \text{ та } s_{22} = \sqrt{\frac{f}{g}}(g-z).$$

Чергова заміна  $s_1^2 - 4fg = t_1^2$  і  $s_2^2 + 4fg = t_2^2$  ( $s \cdot ds = t \cdot dt$ ,  
 $t_{12} = \sqrt{s_{12}^2 - 4fg}$  і  $t_{22} = \sqrt{s_{22}^2 + 4fg}$ ) дає рішення

$$I_{12} = \int_{t_{22}}^{t_{12}} \exp[-(t_1^2 + 4fg)] dt_1 = \exp(-4fg) \int_{\infty}^{t_{12}} \exp(-t_1^2) dt_1,$$

$$I_{22} = \int_{\infty}^{t_{22}} \exp[-(t_2^2 - 4fg)] dt_2 = \exp(4fg) \int_{\infty}^{t_{22}} \exp(-t_2^2) dt_2.$$

У підсумку з  $I_{11}$ ,  $I_{12}$ , і  $I_{21}$ ,  $I_{22}$  в (8) (множники  $\exp(-kfg) \cdot \exp(kfg)$  вилучаються) знаходимо

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi} \cdot V \cdot \cos \phi \cdot 2\sqrt{f}} \cdot \exp(-2fg) \cdot$$

$$\cdot \left[ \exp(2fg) \left( \int_{\infty}^{s_{12}} \exp(-s_1^2) ds_1 \pm \exp(-4fg) \cdot \int_{\infty}^{t_{12}} \exp(-t_1^2) dt_1 \right) + \right.$$

$$\left. \exp(-2fg) \left( - \int_{\infty}^{s_{22}} \exp(-s_2^2) ds_2 \pm \exp(4fg) \int_{\infty}^{t_{22}} \exp(-t_2^2) dt_2 \right) \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q_n \cdot \omega \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi} \cdot V \cdot \sin \phi} \cdot \left[ e^{-4fg} \left( - \int_{-\infty}^{s_{22}} e^{-s_2^2} ds_2 \pm \int_{-\infty}^{t_{12}} e^{-t_1^2} dt_1 \right) + \int_{-\infty}^{s_{12}} e^{-s_1^2} ds_1 \pm \int_{-\infty}^{t_{22}} e^{-t_2^2} dt_2 \right]. \\
&\text{Після заміни } \int_x^\infty e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \operatorname{erf}(x)) \text{ отримуємо} \\
\theta_{\text{псш}} &= \frac{q_n \cdot \omega \cdot B}{2\lambda \cdot V \cdot \sin \phi} \cdot [e^{-4fg} ((1 - \operatorname{erf} S_{22}) \mp (1 - \operatorname{erf} t_{12})) - (1 - \operatorname{erf} S_{12}) \mp (1 - \operatorname{erf} t_{22})]. \quad (10)
\end{aligned}$$

Вираз (10) містить знак  $\pm$ . Розрахунки показали, що позитивне значення температур виконується лише зі знаком плюс.

Характерно, що середня температура деформації в площині зсуву (стружки від деформації)  $\theta_s$  /9/ є основою (10)

$$\theta_s = b^* \cdot q_s \cdot \omega / \lambda \cdot V \cdot \sin \phi. \quad (11)$$

Остаточно маємо формулу в розрахунковому виді

$$\begin{aligned}
&\theta_{\text{псш}} = \theta_s \cdot B \cdot D, \\
D &= \frac{1}{2} \left[ e^{-4fg} \left( \left( 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}} (g - z) \right) + \left( 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}} (g + z)^2 - 4fg \right) \right) - \right. \\
&\quad \left. - \left( 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}} (g + z) \right) + \left( 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}} (g - z)^2 + 4fg \right) \right] \quad (12)
\end{aligned}$$

*Визначення температури на поверхні різання  $R$  заготовки*

В рухомій системі потоки ПС ШРД теплоти деформації в напрямку вісі  $x$  перетинають площину  $P_n$  лише правіше т.  $L$  (рис. 1), що призводить до деякого «насищення» теплоото ділянку  $LK$  поступовим зростанням температури від нуля до найбільшої  $\theta_K$ .

В т.  $K$  для існуючих звичайних умов різання (наприклад /2/,  $\alpha = 0.31 \cdot 10^{-3}$  м,  $V = 1$  м/с,  $\phi = 32^\circ$ ,  $\omega = 5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $F_0 \approx 0.01$ ) при

$$B = 1 - 0,5K_{\phi} \left( \psi = 1, \quad \operatorname{erf} \frac{1}{2\sqrt{F_0}} \rightarrow 1 \right) \quad (4) \quad \text{і} \quad D = 1 \quad (x = a, \quad z = l_K, \\ g = 0, \quad \operatorname{erf} \infty = 1) \quad (12) \text{ маємо}$$

$$\theta_K = \theta_s (1 - 0,5K_{\phi}). \quad (13)$$

Решта теплоти від роботи деформації, яка поглинається шаром  $C_Y$ , розходується на «самопідігрів» зони деформації і повертається в стружку.

За межею дії ШРД по методикі М. М. Рикаліна /5/ для періоду вирівнювання температури за рахунок теплопровідності матеріалу заготовки температурне поле визначається різницею температур позитивного і негативного відбитих джерел по рис. 3

$$\theta_{\psi} = \theta'_{0\psi} - \theta'_{1\psi}. \quad (14)$$

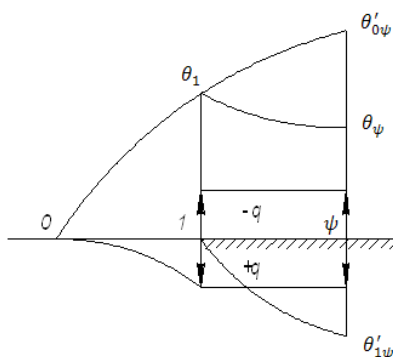


Рисунок 3 – Схема до розрахунку температури ШРД теплоти на ділянці з відбитими джерелами  $q$

Через неправомочність застосування функції  $D$  (12) на ділянці  $KN$  (при  $g < 0$  різке зростання  $\exp(-4fg)$  до  $\infty$ ) після дослідження придатних функцій (лінійної,  $\exp(1 - \psi)$  та ін.) в якості функції розподілу температури  $\theta'_{0\psi}$  була прийнята параболічна залежність  $f = \psi^2$ . При цій умові по формулі /2, 8/ обчислювалось по аналогії з (14) значення функції температурного поля  $KN$

$$F_h = \int_0^{\psi} \frac{\psi_1^2}{\sqrt{\psi - \psi_1}} d\psi_1 - \int_1^{\psi} \frac{\psi_1^2}{\sqrt{\psi - \psi_1}} d\psi_1 = \\ = \frac{16}{15} \left[ \psi^{2.5} - \sqrt{\psi - 1} \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\psi + \psi^2 \right) \right] \quad (15)$$



з параметром  $\psi = 1 + h/l_K$  ( $h$  – величина зносу леза по  $A_\alpha$ ,  $l_K = a/\operatorname{tg} \phi$  – довжина проєкції площини  $P_\phi$  на площину  $P_n$ ).

Середнє значення функції в квадратних дужках (15) вираховується

по формулі  $F_{hm} = \frac{1}{\psi - 1} \int_1^\psi F_h \cdot d\psi$  і дорівнює

$$F_{hm} = \frac{2}{7} \left[ \frac{\psi^{3.5} - 1}{\psi - 1} - \sqrt{\psi - 1} (1.875 + 1.5\psi + \psi^2) \right], \quad \psi > 1. \quad (16)$$

Після підстановки  $F_{hm}$  (16) в  $\theta_K$  (13) отримуємо середнє значення залишкової температури на поверхні різання

$$\theta_{hm} = \theta_s (1 - 0.5K_\phi) \cdot F_{hm}. \quad (17)$$

Таким чином була вирішена задача розрахунку температури на площині зсуву і поверхні різання на основі теплофізичної моделі похилого смугового швидкорухомого джерела теплоти.

#### Висновок

1. Отримано вихідний вираз температурного поля смугового миттєвого імпульсу теплоти на похилій площині зсуву з застосуванням позитивного і негативного відбитих джерел.

2. Знайдено рішення інтегрального переходу від лінійного швидкорухомого джерела до похилого смугового в двовірних координатах з виходом на функцію інтеграла імовірності.

3. Виведені формули розподілу температури на довжині площини зсуву (незначне зменшення в напрямку різальної кромки) і температурного поля заготовки перед площиною зсуву.

4. Визначена функція розподілу та її середньоінтегральне значення температури на поверхні різання заготовки за межами дії рухомого джерела теплоти відносно температури деформації на початку площини зсуву біля різальної кромки леза.

**Список використаних джерел:** 1. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждение инструментов. – М.: Машгиз, 1963. – 200с. 2. Резников А.Н. Теплофизика резания. – М.: Машиностроение, 1969. – 288с. 3. Силин С.С. Исследование процессов резания методами теории подобия. – Труды Рыбинского вечерн. технол. ин-та, №1. – Ярославль: изд. Верхняя Волга, 1966. – С.5-54. 4. Силин С.С. Методы подобия при резании металлов. – М.: Машиностроение, 1979. – 152с. 5. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. – 296с. 6. Карслоу Г.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 487с. 7. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов /И.Н. Бронштейн и К.А. Семендяев – М.: госизд. физ.-мат. литер., 1962. – 608с. 8. Кравченко Ю.Г., Савченко Ю.В. Визначення коефіцієнтів форми швидкорухомих джерел теплоти при різанні. – Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Зб. наук. праць. – Краматорськ: ДДМА, вип. 26, 2010. – С.409 – 417. 9. Кравченко Ю.Г. Распределение теплоты деформации в плоскости сдвига. – Теплофизические и технологические аспекты повышения эффективности машиностроительного производства: Труды III междунар. науч.-техн. конф. (Резниковские чтения). – Тольятти: ТГУ, 2011. – С.53-56.

Поступила до редколегії 15.05.2012